

Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Depto. de Matemáticas y C.C.

PEP N ° 3
ALGEBRA I I. CIVIL
(Segundo Semestre 2001)

1. Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.
De ser verdadera, demuéstrela, caso contrario de un contraejemplo.

a) Sean a y b enteros positivos y p un primo tal que $p \mid ab$
entonces $p \mid a \vee p \mid b$

b) Si A y B son matrices invertibles de orden n tal que $A^2 = I_n$
entonces $(A^t B^{-1})^t = (AB^t)^{-1}$

c) Si $(a, b) = d$ entonces $\frac{a}{d}$ y $\frac{b}{d}$ son primos relativos

2. Si $z = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ entonces calcular $Re(z^{12} + \frac{1}{z})$

3. Descomponer en fracciones parciales el cociente $\frac{p(x)}{q(x)}$ donde:

$$p(x) = x^2 + 1 \text{ y } q(x) = x^4 + x^3 + x^2$$

4. Dado el sistema

$$\begin{array}{l} x + y - z = 2 \\ x + 2y + z = 3 \\ \underline{x + y + (\alpha^2 - 5)z = \alpha} \end{array}$$

a) Determine $S = \{ \alpha \in \mathbb{R} / \text{el sistema tenga única solución} \}$
Encuentre dicha solución

b) Determine $S = \{ \alpha \in \mathbb{R} / \text{el sistema no tenga solución} \}$

Tiempo: 90 minutos
Cada pregunta vale 1,5 puntos