

Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Depto. de Matemáticas y C.C.

PEP N ° 1
ALGEBRA I. CIVIL
(primer semestre 2001)

(1) Usando inducción, demostrar que:

$$\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{j=1}^n 3 \cdot 2^j \cdot (-1)^j = -2 + (-1)^n \cdot 2^{n+1}$$

(2) En $A = [0, 1]$ se define la relación R como sigue:

$$xRy \iff x \cdot y \in A$$

(a) Demuestre que R es una relación de equivalencia.

(b) determine explícitamente la clase del $(0, 0)$

(3) Sean $a, 10, c$ tres números en P.G y sean $a - 1, 8, c - 8$ los tres primeros términos de una P.A.

(a) Determinar ambas progresiones.

(b) Calcular la suma de los 50 primeros términos de la P.A.

(4) Demostrar, usando el teorema del binomio, que:

$$\sum_{k=1}^n n^2 \binom{n}{k} (-1)^k x^k = n^2 [(1-x)^n - 1]$$

Tiempo: 90 minutos
Cada pregunta vale 1,5 puntos