

Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Depto. de Matemáticas y C.C.

PAS - ALGEBRA I ING. CIVIL
(primer semestre 2001)

(1) (a) Demostrar que:

$$\forall \alpha \in \mathbb{R}, \quad \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1 - \cos(\alpha)}{2}$$

(b) Determine la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y que pasa por el punto $P = (1, \sqrt{3})$

(2) Sean R_1 y R_2 dos relaciones de orden definidas en los conjuntos A y B respectivamente.

Se define en $A \times B$ la relación R como sigue:

$$(a, b) R (c, d) \iff a R_1 c \wedge b R_2 d$$

Demostrar que R también es relación de orden.

(3) Sea $T : (M_{\mathbb{R}}(n), +) \longrightarrow (\mathbb{R}, +)$ una función, tal que: $T(A) = tr(A)$

(a) Demostrar que T es un Homomorfismo de grupos.

(b) Demuestre que T es un homomorfismo sobreyectivo.

(c) Determine $Ker(T)$ y decida si T es inyectivo.

(4) Usando inducción, demostrar que:

$$\sum_{k=1}^n (k^2 + 1)k! = n(n + 1)!$$

Tiempo: 90 minutos

Cada pregunta vale 1,5 puntos