

Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Depto. de Matemáticas y C.C.

Examen II
ALGEBRA Ing. CIVIL
(Periodo Académico 2001)

(1) Usando inducción, demostrar que:

$$6^n - 5n + 4 \text{ es divisible por } 5$$

(2) Dado el sistema

$$\begin{array}{r} x + y - z = 2 \\ x + 2y + z = 3 \\ \hline x + y + (\alpha^2 - 5)z = \alpha \end{array}$$

(a) Determine $S = \{ \alpha \in \mathbb{R} / \text{el sistema tenga infinitas soluciones} \}$

(b) Determine $S = \{ \alpha \in \mathbb{R} / \text{el sistema no tenga solución} \}$

(3) Sea V un $K - e.v$, U y W subespacios de V .

(a) Demostrar que $U \cap W$ es un subespacio de V

(b) Decida si $U \cup W$ es un subespacio de V . Justifique su respuesta.

(4) Sea $T \in L_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}^3)$ tal que:

$$T(x, y, z) = (x + y + z, x + y - 3z, z)$$

(a) Determine $\ker T$

(b) Calcular $\dim(\text{Im}T)$

Tiempo: 90 minutos
Cada pregunta vale 1,5 puntos