

1	
2	
3	
4	
Nota	

Examen de Álgebra¹
Ingeniería Civil
5 de Diciembre del 2001

(1) Demuestre usando Inducción matemática que la fórmula

$$F(n) : 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \cdots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

Es verdadera ($\forall n; n \in \mathbb{N}$).

(2) Considere el sistema lineal

$$\begin{array}{r} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = a \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = b \\ 3x_1 + 7x_2 - 5x_3 = c \end{array} \quad (*)$$

Determine los conjuntos

- $S = \{c \in \mathbb{R} \mid (*) \text{ tiene solución} \}$
- $S = \{c \in \mathbb{R} \mid (*) \text{ no tiene solución} \}$

(3) Determine $T \in \mathbb{L}_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}^3)$, tal que:

- (a) $(\mathbb{R}^3)_0 = \langle \{(1, 1, 1), (-1, -1, 0)\} \rangle$ y
- (b) $(\mathbb{R}^3)_1 = \langle \{(1, 0, 0)\} \rangle$

(4) Sea $T \in \mathbb{L}_{\mathbb{K}}(V, W)$. Demuestre que

- (a) T inyectiva $\implies \dim_{\mathbb{K}}(V) \leq \dim_{\mathbb{K}}(W)$
- (b) T sobreyectiva $\implies \dim_{\mathbb{K}}(W) \leq \dim_{\mathbb{K}}(V)$
- (c) T isomorfismo $\implies \dim_{\mathbb{K}}(V) = \dim_{\mathbb{K}}(W)$

BUEN TRABAJO !!!

¹Cada problema vale 1.5 puntos
Tiempo 90 minutos