

## CONTROL 1

1. Factorice el siguiente polinomio, sabiendo que es divisible por  $(x^2 - 1)$ :

$$x^5 + 3x^4 + x^3 - 3x^2 - 2x$$

2. Usando propiedades demuestre, justificando paso a paso, la siguiente proposición:

$$[q \wedge (q \Rightarrow p) \wedge (\sim p \vee r)] \Rightarrow r$$

3. Calcular:

$$\sum_{k=4}^{99} \left[ \sqrt{k+1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{k-2} - \sqrt{k} \right]$$

**Solución:**

### Problema 1

Haciendo la división, y factorizando luego, obtenemos:

$$\begin{aligned} x^5 + 3x^4 + x^3 - 3x^2 - 2x &= (x^2 - 1)(x^3 + 3x^2 + 2x) \\ &= x(x^2 - 1)(x^2 + 3x + 2) \\ &= x(x+1)(x-1)(x+1)(x+2) \\ &= x(x+1)^2(x-1)(x+2) \end{aligned}$$

### Problema 2

$$\begin{aligned} [q \wedge (q \Rightarrow p) \wedge (\sim p \vee r)] &\Rightarrow \{[q \wedge (q \Rightarrow p)] \wedge (\sim p \vee r)\} && \text{[Asoc. } \wedge \text{]} \\ &\Rightarrow p \wedge (\sim p \vee r) && \text{[Modus Ponens]} \\ &\Rightarrow (p \wedge \sim p) \vee (p \wedge r) && \text{[Distrib. } \wedge \text{ c/r } \vee \text{]} \\ &\Rightarrow C \vee (p \wedge r) && \text{[Inverso } \wedge \text{]} \\ &\Rightarrow p \wedge r && \text{[Neutro } \vee \text{]} \\ &\Rightarrow r && \text{[Tautologia]} \end{aligned}$$

### Problema 3

$$\begin{aligned} \sum_{k=4}^{99} \left[ \sqrt{k+1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{k-2} - \sqrt{k} \right] &= \sum_{k=4}^{99} [\sqrt{k+1} - \sqrt{k}] + \sum_{k=4}^{99} \left(\frac{1}{2}\right)^{k-2} \\ &= (\sqrt{100} - \sqrt{4}) + \sum_{k=1}^{96} \left(\frac{1}{2}\right)^{k+1} \\ &= (10 - 2) + \frac{1}{4} \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{96}}{1 - \frac{1}{2}} = 8 + \frac{1}{2} \left[ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{96} \right] \end{aligned}$$