UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIA
DEPTO. MATEMÁTICA Y CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

ÁLGEBRA 2002
INGENIERÍA CIVIL
CURSO: A 01
Prof. Gabriel Rabanales R.

CONTROL 1

1. Factorice el siguiente polinomio, sabiendo que es divisible por $\left(x^2-1\right)$:

$$x^5-2x^4-4x^3+2x^2+3x$$

2. Usando propiedades demuestre, justificando paso a paso, la siguiente proposición:

$$\left[p\wedge(p\Rightarrow q)\wedge(\sim q\vee r)\right]\Rightarrow r$$

3. Calcular:

$$\sum_{k=3}^{98}\left[\sqrt{k+2}+\left(\frac{3}{4}\right)^{k-2}-\sqrt{k+1}\right]$$

Solución:

Problema 1

Haciendo la división, y factorizando luego, obtenemos:

$$\begin{aligned}x^5-2x^4-4x^3+2x^2+3x &= \left(x^2-1\right)\left(x^3-2x^2-3x\right)\\ &= x\left(x^2-1\right)\left(x^2-2x-3x\right)\\ &= x(x+1)(x-1)(x+1)(x-3)\\ &= x(x+1)^2(x-1)(x-3)\end{aligned}$$

Problema 2

$$\begin{aligned}\left[p\wedge(p\Rightarrow q)\wedge(\sim q\vee r)\right] &\Rightarrow \left\{\left[p\wedge(p\Rightarrow q)\right]\wedge(\sim q\vee r)\right\} && [\text{Asoc.}\wedge]\\ &\Rightarrow q\wedge(\sim q\vee r) && [\text{Modus ponens}]\\ &\Rightarrow (q\wedge\sim q)\vee(q\wedge r) && [\text{Distrib. }\wedge\text{ c/r }\vee]\\ &\Rightarrow C\vee(q\wedge r) && [\text{Inverso }\vee]\\ &\Rightarrow (q\wedge r) && [\text{Neutro }\vee]\\ &\Rightarrow r && [\text{Tautologia}]\end{aligned}$$

Problema 3

$$\begin{aligned}\sum_{k=3}^{98}\left[\sqrt{k+2}+\left(\frac{3}{4}\right)^{k-2}-\sqrt{k+1}\right] &= \sum_{k=3}^{98}\left[\sqrt{k+2}-\sqrt{k+1}\right]+\sum_{k=3}^{98}\left(\frac{3}{4}\right)^{k-2}\\ &= \left(\sqrt{100}-\sqrt{4}\right)+\sum_{k=1}^{96}\left(\frac{3}{4}\right)^{k}\\ &= 8+\frac{3}{4}\frac{1-\left(\frac{3}{4}\right)^{96}}{1-\frac{3}{4}} = 8+3\left[1-\left(\frac{3}{4}\right)^{96}\right]\end{aligned}$$